**Trabajo Práctico N° 1:**

**Geometría.**

**Ejercicio 1.**

*Representar en el plano los siguientes puntos y decir a qué cuadrante pertenecen: P (2, -1), Q (3, ), R (-2, -4), S (0, -2), T (-3, 0).*

Gráfico.

P pertenece al 4to. cuadrante.

Q pertenece al 1er. cuadrante.

R pertenece al 3er. cuadrante.

S no pertenece a ningún cuadrante.

T no pertenece a ningún cuadrante.

**Ejercicio 2.**

*Representar en el plano los puntos abscisa negativa y ordenada mayor que 2.*

Gráfico.

**Ejercicio 3.**

*Representar en el plano los siguientes conjuntos:*

**(a)** *A= {(x, y): (x, y) 1 x 2 y 0}.*

Gráfico.

**(b)** *B= {(x, y): (x, y) xy 0}.*

Gráfico.

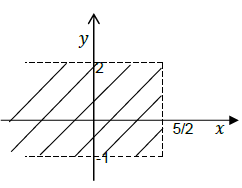
**(c)** *C= {(x, y): (x, y) x= y}.*

Gráfico.

**Ejercicio 4.**

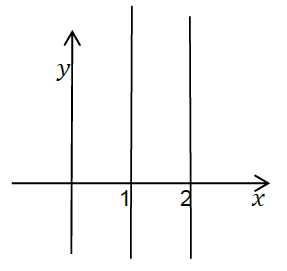
*Definir, mediante condiciones, los siguientes subconjuntos del plano:*

**(a)**



A= {(x, y): (x, y) x -1 y 2}.

**(b)**



B= {(x, y): (x, y) (x= 1 x= 2)}.

**Ejercicio 5.**

*Calcular la distancia entre (3, 2) y (-1, 4).*

d (, )=

d (, )=

d (, )=

d (, )=

d (, )=

d (, )=

d (, )= 2 .

**Ejercicio 6.**

*Representar y hallar el perímetro del triángulo de vértices A (-1,2), B (4,5) y C (5,0).*

Gráfico.

Perímetro= d (A, B) + d (B, C) + d (C, A)

Perímetro= + +

Perímetro= + +

Perímetro= + +

Perímetro= + +

Perímetro= + +

Perímetro= + +

Perímetro= ( + + ).

**Ejercicio 7.**

*Determinar un punto sobre el eje 𝑦 que equidiste de (2,5) y (3,3).*

d ((0, y), (2, 5))= d ((0, y), (3, 3))

=

=

=

4 + = 9 +

4 + 25 - 10y + = 9 + 9 - 6y +

29 - 10y= 18 - 6y

-6y + 10y= 29 - 18

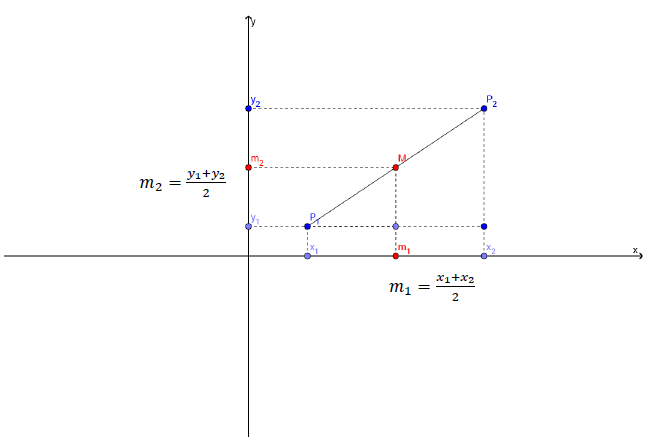
4y= 11

y= .

Por lo tanto, el punto sobre el eje y que equidista de (2, 5) y (3, 3) es (0, ).

**Ejercicio 8.**

*El punto medio entre dos puntos (, ) y (, ) está dado por el punto M (, ) como se muestra en el gráfico:*



*Determinar las coordenadas del punto medio entre A (-3, 8) y B (5, -4).*

M (, )= M (, )

M (, )= M (, )

M (, )= M (1, 2).

**Ejercicio 9.**

*Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos dados:*

**(a)** *(2, 5) y (4, 3).*

.

5 - 2m= 3 - 4m

-2m + 4m= 3 - 5

2m= -2

m=

m= -1.

b= 5 - 2 (-1)= 5 + 2= 7.

b= 3 - 4 (-1)= 3 + 4= 7.

y= -x + 7. Ecuación explícita de la recta.

**(b)** *(-1, 3) y (-2, -3).*

.

3 + m= -3 + 2m

2m - m= 3 + 3

m= 6.

b= 3 + 6= 9.

b= -3 + 2 \* 6= 9.

y= 6x + 9. Ecuación explícita de la recta.

**(c)** *(, 0) y (, -2).*

.

m= -2 + m

m + m= 2

m= 2.

b= \* 2= -1.

b= -2 + \* 2= -2 + 1= -1.

y= 2x - 1. Ecuación explícita de la recta.

**Ejercicio 10.**

*Determinar el valor de k para el cual los puntos (-1,2), (3, 1) y (2, -k+1) están alineados.*

=

=

=

=

y - 2= (x + 1)

y - 2= x +

y= x + + 2

y= x + .

-k + 1= \* 2 +

-k + 1= +

k= 1 - -

k= .

Por lo tanto, el valor de k para el cual los puntos (-1,2), (3, 1) y (2, -k+1) están alineados es .

**Ejercicio 11.**

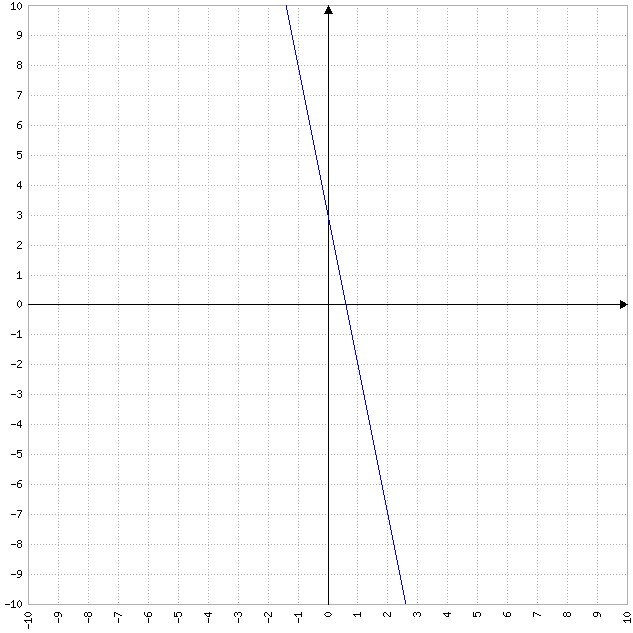
*Hallar la pendiente y la ordenada al origen de las siguientes rectas y representarlas gráficamente.*

**(a)** *L: 5x + y - 3= 0.*

y= -5x + 3.

m= -5. Pendiente.

b= 3. Ordenada al origen.



**(b)** *S: 4x - 3y= 6.*

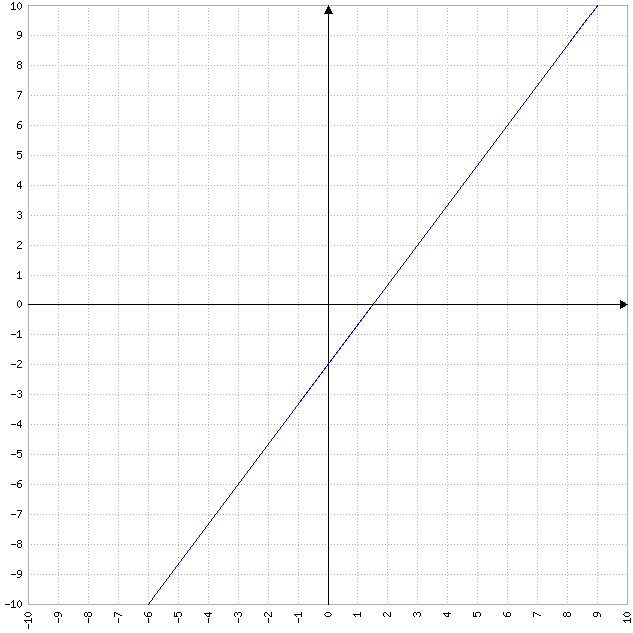
3y= 4x - 6

y=

y= x - 2.

m= . Pendiente.

b= -2. Ordenada al origen.



**(c)** *M: 3x - 6= 0.*

3x= 6

x=

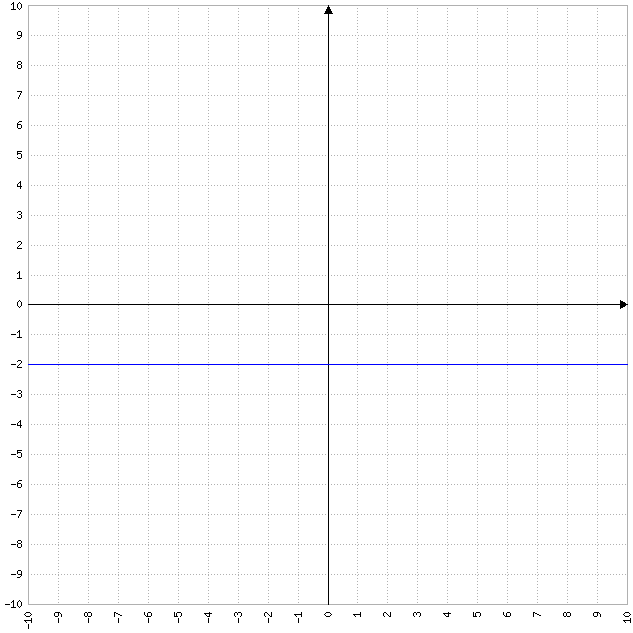
x= 2.

**(d)** *H: y + 2= 0.*

y= -2.

m= 0. Pendiente.

b= -2. Ordenada al origen.



**Ejercicio 12.**

*Escribir la ecuación explícita de la recta que:*

**(a)** *tiene pendiente –2 y pasa por el origen de coordenadas.*

y= -2x. Ecuación explícita de la recta.

**(b)** *tiene pendiente –2 y pasa por (-2, -3).*

-3= -2 (-2) + b

-3= 4 + b

b= -3 - 4

b= -7.

y= -2x - 7. Ecuación explícita de la recta.

**Ejercicio 13.**

**(a)** *Hallar la ecuación explícita de la recta L que tiene pendiente y pasa por P (12, 5).*

5= \* 12 + b

5= 9 + b

b= 5 - 9

b= -4.

y= x - 4. Ecuación explícita de la recta L.

**(b)** *Hallar una paralela a L que pase por Q (3, 12).*

12= \* 3 + b

12= + b

b= 12 -

b= .

y= x + . Ecuación explícita de recta paralela a L.

**(c)** *Hallar una perpendicular a L que pase por T (3, 6).*

6= \* 3 + b

6= -5 + b

b= 6 + 5

b= 11.

y= x + 11. Ecuación explícita de recta perpendicular a L.

**Ejercicio 14.**

**(a)** *Hallar la ecuación explícita de la recta L que tiene pendiente y pasa por P (9, 6).*

6= \* 9 + b

6= + b

b= 6 +

b= .

y= x + . Ecuación explícita de la recta L.

**(b)** *Hallar una paralela a L que pase por Q (-5, 1).*

1= (-5) + b

1= + b

b= 1 -

b= .

y= x - . Ecuación explícita de recta paralela a L.

**(c)** *Hallar una perpendicular a L que pase por T (-8, 4).*

4= (-8) + b

4= + b

b= 4 -

b= .

y= x - . Ecuación explícita de recta perpendicular a L.

**Ejercicio 15.**

**(a)** *Hallar la ecuación explícita de la recta L que pasa por los puntos P (-1, 5) y Q (5, 9).*

=

=

=

y - 5= (x + 1)

y - 5= x +

y= x + + 5

y= x + . Ecuación explícita de la recta L.

**(b)** *Hallar una perpendicular a L que pase por S (-8, 5).*

5= (-8) + b

5= 12 + b

b= 5 - 12

b= -7.

y= x - 7. Ecuación explícita de recta perpendicular a L.

**(c)** *Hallar una paralela a L que pase por Q (-9, 15).*

15= (-9) + b

15= -6 + b

b= 15 + 6

b= 21.

y= x + 21. Ecuación explícita de recta paralela a L.

**Ejercicio 16.**

**(a)** *Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por P (-1, ) y es paralela a la recta de ecuación -x + 2y - 1= 0.*

-x + 2y - 1= 0

2y= x + 1

y=

y= x + .

= (-1) + b

= + b

b= +

b= .

y= x + . Ecuación explícita de la recta.

**(b)** *Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por P (2, ) y es perpendicular a la recta de ecuación 3x - 2y + 1= 0.*

3x - 2y + 1= 0

2y= 3x + 1

y=

y= x + .

= \* 2 + b

= + b

b= +

b= .

y= + . Ecuación explícita de la recta.

**Ejercicio 17.**

*Hallar las pendientes de las siguientes rectas y expresarlas por sus ecuaciones explícitas. Para cada una de ellas, hallar una recta paralela y una perpendicular que pasen por el origen:*

**(a)** *L: 3x - 2y + 6= 0.*

3x - 2y + 6= 0

2y= 3x + 6

y=

y= x + 3. Ecuación explícita de la recta con pendiente m= .

y= x. Ecuación explícita de recta paralela.

y= x. Ecuación explícita de recta perpendicular.

**(b)** *S: 2x + y= 6.*

2x + y= 6

y= -2x + 6. Ecuación explícita de la recta con pendiente m= -2.

y= -2x. Ecuación explícita de recta paralela que pasa por el origen.

y= x. Ecuación explícita de recta perpendicular que pasa por el origen.

**(c)** *T= 6y - x - 2= 0.*

6y - x - 2= 0

6y= x + 2

y=

y= x + . Ecuación explícita de la recta con pendiente m= .

y= x. Ecuación explícita de recta paralela que pasa por el origen.

y= -6x. Ecuación explícita de recta perpendicular que pasa por el origen.

**Ejercicio 18.**

*Decidir si los siguientes pares de rectas son transversales, paralelas o coincidentes y determinar, cuando corresponda, las coordenadas del punto en el que se cortan.*

**(a)** .

y= 2x + 3.

3y= 6x - 6

y=

y= 2x - 2.

Por lo tanto, estas rectas son paralelas, ya que tienen la misma pendiente (m= 2).

**(b)** .

y= -2x - 1.

y= x - 2.

-2x - 1= x - 2

x + 2x= -1 + 2

3x= 1

x= .

y= -2 - 1= - 1= .

y= - 2= .

Por lo tanto, estas rectas son transversales, ya que se cortan en un punto pero sin formar un ángulo recto de 90°, y las coordenadas del punto en el que se cortan son (, ).

**(c)** .

8y= 4x + 12

y=

y= x + .

2y= x + 3

y=

y= x + .

Por lo tanto, estas rectas son paralelas, ya que tienen la misma pendiente (m= ).

**Ejercicio 19.**

**(a)** *Escribir la ecuación estándar de la circunferencia de centro C (-3, 4) y radio . Graficar.*

+ =

+ = 3. Ecuación estándar de la circunferencia.

Gráfico.

**(b)** *Escribir la ecuación estándar de la circunferencia de centro C (-2, 5) y que pasa por el punto de coordenadas (1, 2). Graficar.*

+ =

+ = .

= +

= +

= 9 + 9

= 18.

+ = 18. Ecuación estándar de la circunferencia.

Gráfico.

**Ejercicio 20.**

*Hallar las ecuaciones estándar de las siguientes circunferencias con centro P y que pasa por Q, y con centro Q que pasa por P:*

**(a)** *P (2, 5) y Q (4, 3).*

Con centro P y que pasa por Q:

+ = .

= +

= +

= 4 + 4

= 8.

+ = 8. Ecuación estándar de la circunferencia.

Con centro Q y que pasa por P:

+ = .

= +

= +

= 4 + 4

= 8.

+ = 8. Ecuación estándar de la circunferencia.

**(b)** *P (-1, 3) y Q (-2, -3).*

Con centro P y que pasa por Q:

+ = .

= +

= +

= 1 + 36

= 37.

+ = 37. Ecuación estándar de la circunferencia.

Con centro Q y que pasa por P:

+ = .

= +

= +

= 1 + 36

= 37.

+ = 37. Ecuación estándar de la circunferencia.

**(c)** *P (, 0) y Q (, -2).*

Con centro P y que pasa por Q:

+ = .

= +

= + 4

= 1 + 4

= 5.

+ = 5. Ecuación estándar de la circunferencia.

Con centro Q y que pasa por P:

+ = .

= +

= +

= 1 + 4

= 5.

+ = 5. Ecuación estándar de la circunferencia.

**Ejercicio 21.**

*Analizar si las siguientes ecuaciones corresponden o no a una circunferencia, indicando, en caso afirmativo, los elementos de la misma y graficar:*

**(a)** *2 + 2 + 4x - 8y - 8= 0.*

2 + 2 + 4x - 8y - 8= 0

2 ( + + 2x - 4y - 4)= 0

+ + 2x - 4y - 4=

+ + 2x - 4y - 4= 0

+ + 2x - 4y= 4

+ = 4 + +

+ = 4 + 1 + 4

+ = 9.

Centro: C (-1, 2).

Radio: r= 3.

Gráfico.

**(b)**  *+ - 2x= 1.*

+ - 2x= 1

+ = 1 +

+ = 1 + 1

+ = 2.

Centro: C (1, 0).

Radio: r= .

Gráfico.

**(c)** *3 + 3 + 9x - 3y + 21= 0.*

3 + 3 + 9x - 3y + 21= 0

3 ( + + 3x - y + 7)= 0

+ + 3x - y + 7=

+ + 3x - y + 7= 0

+ + 3x - y= -7

+ = -7 + +

+ = -7 + + 1

+ = .

Por lo tanto, esta ecuación no corresponde a una circunferencia.

**(d)**  *+ + 3x - 5y - = 0.*

+ + 3x - 5y - = 0

+ + 3x - 5y=

+ = + +

+ = + +

+ = 9.

Centro: C (, ).

Radio: r= 3.

Gráfico.

**Ejercicio 22.**

*Llevar la ecuación 6 + 6 - 12x + 12y - 6= 0 a la forma estándar e indicar sus elementos. Graficar.*

6 ( + - 2x + 2y - 1)= 0

+ - 2x + 2y - 1=

+ - 2x + 2y - 1= 0

+ - 2x + 2y= 1

+ = 1 + +

+ = 1 + 1 + 1

+ = 3. Ecuación estándar de la circunferencia.

Centro: C (1, -1).

Radio: r= .

Gráfico.

**Ejercicio 23.**

**(a)** *Hallar la intersección de la circunferencia del ejercicio anterior con el eje x.*

+ = 3

+ = 3

1 + = 3

= 3 - 1

= 2

=

=

y + 1=

y= -1 .

Por lo tanto, la circunferencia del ejercicio anterior intersecciona con el eje x en los puntos (0, -1 + ) y (0, -1 - ).

**(b)** *Hallar la intersección de dicha circunferencia con el eje y.*

+ = 3

+ = 3

+ 1= 3

= 3 - 1

= 2

=

=

x - 1=

x= 1 .

Por lo tanto, dicha circunferencia intersecciona con el eje y en los puntos (1 + , 0) y (1 - , 0).

**(c)** *Hallar la intersección de dicha circunferencia con la recta de ecuación y= x - 1.*

+ = 3

- 2x + 1 + = 3

2 - 2x + 1= 3

2 - 2x + 1 - 3= 0

2 - 2x - 2= 0

2 ( - x - 1)= 0

- x - 1=

- x - 1= 0.

, =

, =

, =

= = + .

= = - .

= + - 1= + = .

= - - 1= - = .

Por lo tanto, dicha circunferencia intersecciona con el eje y en los puntos (, ) y (, ).

**Ejercicio 24.**

*Escribir la ecuación canónica de las parábolas:*

**(a)** *con foco en (0, 6) y directriz y + 6= 0.*

= 4 \* 6 (y - 0)

= 24y. Ecuación estándar de la parábola.

**(b)** *con vértice en el origen y foco en (-4, 0).*

= 4 (-4) (x - 0)

= -16x. Ecuación estándar de la parábola.

**(c)** *con vértice en (3, 2) y foco en (5, 2).*

= 4 \* 2 (x - 3)

= 8 (x - 3). Ecuación estándar de la parábola.

**(d)** *con vértice en (0, 0) y que contiene a los puntos (2, -3) y (-2, -3).*

= 4c (y - 0)

= 4cy.

= 4c (-3)

4= -12c

c=

c= .

= 4c (-3)

4= -12c

c=

c= .

= 4 () y

= y. Ecuación estándar de la parábola.

**Ejercicio 25.**

*Graficar y dar los elementos de las parábolas definidas por las siguientes ecuaciones:*

**(a)** *3= 8x.*

Vértice: V (0, 0).

Foco: F (, 0).

Directriz: x= .

Gráfico.

**(b)** *= -12x.*

Vértice: V (0, 0).

Foco: F (-3, 0).

Directriz: x= 3.

Gráfico.

**(c)** *= 4 (y + 1).*

Vértice: V (0, -1).

Foco: F (0, 0).

Directriz: y= -2.

Gráfico.

**(d)** *= -20 (x + 2).*

Vértice: V (-2, 3).

Foco: F (-7, 3).

Directriz: x= 3.

Gráfico.

**Ejercicio 26.**

*Encontrar la ecuación estándar y los elementos de las parábolas:*

**(a)** *2 + 12x + 8y + 10= 0.*

2 + 12x + 8y + 10= 0

2 ( + 6x + 4y + 5)= 0

+ 6x + 4y + 5=

+ 6x + 4y + 5= 0

+ 6x= -4y - 5

= -4y - 5 +

= -4y - 5 + 9

= -4y + 4

= -4 (y - 1). Ecuación estándar de la parábola.

Vértice: V (-3, 1).

Foco: F (-3, 2).

Directriz: y= 0.

**(b)** *3 + 18y - 24x= 93.*

3 + 18y - 24x= 93

3 ( + 6y - 8x)= 93

+ 6y - 8x=

+ 6y - 8x= 31

+ 6y= 8x + 31

= 8x + 31 +

= 8x + 31 + 9

= 8x + 40

= 8 (x + 5). Ecuación estándar de la parábola.

Vértice: V (-5, -3).

Foco: F (-3, -3).

Directriz: x= -7.

**(c)** *y= + 6x + 10.*

y= + 6x + 10

+ 6x= y - 10

= y - 10. Ecuación estándar de la parábola.

Vértice: V (-3, 10).

Foco: F (-3, ).

Directriz: y= .

**Ejercicio 27.**

**(a)** *Hallar la ecuación estándar de la parábola con vértice V (1,3), eje focal paralelo al eje x y que pasa por el punto P (6, 13). Graficar y dar los restantes elementos.*

= 4c (x - 1).

= 4c (6 - 1)

= 4c \* 5

100= 20c

c=

c= 5.

= 4 \* 5 (x - 1)

= 20 (x - 1). Ecuación estándar de la parábola.

Foco: F (6, 3).

Directriz: x= -4.

Gráfico.

**(b)** *Hallar una ecuación de una recta vertical que corte a la parábola. Dar el punto de corte.*

x= 6.

= 20 (6 - 1)

= 20 \* 5

= 100

=

= 10

y - 3= 10

y= 3 10

= 3 + 10= 13.

= 3 - 10= -7.

Por lo tanto, los puntos de corte son (6, 13) y (6, -7).

**(c)** *Hallar la ecuación estándar de la parábola con vértice V (-5,1), eje focal paralelo al eje y y que pasa por el punto P (1, 0). Graficar y dar los restantes elementos.*

= 4c (y - 1).

= 4c (0 - 1)

= 4c (-1)

36= -4c

c=

c= -9.

= 4 (-9) (y - 1)

= -36 (y - 1). Ecuación estándar de la parábola.

Foco: F (-5, -8).

Directriz: y= 10.

Gráfico.

**(d)** *Hallar una ecuación de una recta horizontal que corte a la parábola. Dar el punto de corte.*

y= -8.

= -36 (-8 - 1)

= -36 (-9)

= 324

=

= 18

x + 5= 18

x= -5 18

= -5 + 18= 13.

= -5 - 18= -23.

Por lo tanto, los puntos de corte son (13, -8) y (-23, -8).

**Ejercicio 28.**

**(a)** *Hallar las ecuaciones estándar de las parábolas con vértice V (3, 2) y foco F (7, 2), y otra con vértice V (7, 2) y foco F (3, 2).*

= 16 (x - 3). Ecuación estándar de la parábola con V (3, 2) y F (7, 2).

= -16 (x - 7). Ecuación estándar de la parábola con V (7, 2) y F (3, 2).

**(b)** *Hallar las ecuaciones estándar de las parábolas con vértice V (-3, 3) y foco F (-3, -1), y otra con vértice V (-3, -1) y foco F (-3, 3).*

= -16 (y - 3). Ecuación estándar de la parábola con V (-3, 3) y F (-3, -1).

= 16 (y + 1). Ecuación estándar de la parábola con V (-3, -1) y F (-3, 3).